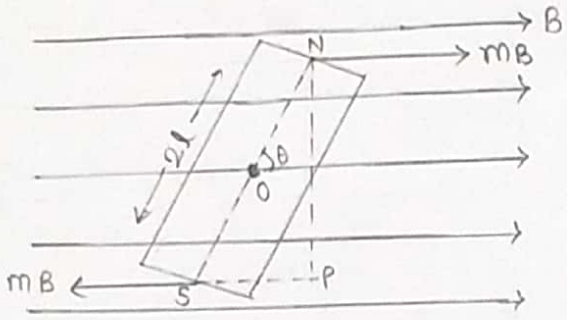
* एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में छड़ चुंबक पर बल आघूर्ण (Torque on a Bar Magnet in a Uniform Magnetic Field)



मानलो NS एक छड़ चुंबक है, जिसकी प्रभावी लंबाई 2l तथा ध्रुव-प्रबल्य m है। इसे एकसमान चुंबकीय क्षेत्र B में उसके साथ θ कोण बनाते हुए रखा गया है। इसके प्रत्येक ध्रुव पर mB बल कार्य करेगा। ये दोनों बल परिमाण में बराबर तथा विपरीत दिशा में होंगे। अतः बलयुग्म का निर्माण करेंगे।

$\therefore \tau = F \cdot NP$

$\Rightarrow \tau = mB \cdot 2l\sin\theta$

$\Rightarrow \tau = MB\sin\theta$

$\Rightarrow \boxed{\tau = \vec{M} \times \vec{B}}$

SI मात्रक → $A \cdot m^2$, J/tesla, Joule $\cdot m^2$/weber

विमीय सूत्र → $[M^0L^2T^0A^1]$

* एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में द्विध्रुव को घुमाने के लिए कार्य (Work done on a Bar Magnet in a Uniform Magnetic Field)

मानलो M चुम्बकीय आघूर्ण का एक दण्ड-चुम्बक B तीव्रता के एकसमान क्षेत्र में रखा हुआ है। यदि M और B के बीच का कोण θ हो तो,

Scanned with CamScanner

चुम्बक का कार्य करने वाले प्रत्यानयन बलयुग्म का आघूर्ण,

$$\tau = MB\sin\theta$$

अतः चुम्बक को अल्प कोण $d\theta$ से घुमाने में किया गया कार्य,

$$dW = \tau\, d\theta$$
$$\Rightarrow dW = MB\sin\theta\, d\theta$$

इस प्रकार चुम्बक को θ कोण से घुमाने में किया गया कार्य,

$$W = \int_0^{\theta} dW$$

$$\Rightarrow W = \int_0^{\theta} MB\sin\theta\, d\theta$$

$$\Rightarrow W = MB\int_0^{\theta} \sin\theta\, d\theta$$

$$\Rightarrow W = MB\left[-\cos\theta\right]_0^{\theta}$$

$$\Rightarrow W = MB\left[-\cos\theta + \cos 0^\circ\right]$$
$$\Rightarrow \boxed{W = MB\,(1 - \cos\theta)}$$

★ एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में छड़ चुंबक पर स्थितिज ऊर्जा (Potential Energy on a Bar Magnet in a Uniform Magnet)

चुंबकीय द्विध्रुव की स्थितिज उसे किसी मानक स्थिति से वर्तमान स्थिति तक घुमाने के किए गए कार्य के बराबर होती है।

ORIGIN Jitendra Pandey

Scanned with CamScanner

मानक स्थिति को $\theta = \frac{\pi}{2}$ लिया जाता है जो चुंबकीय क्षेत्र के लंबवत होता है।

मानलो चुंबकीय आघूर्ण $\vec{M}$ का एक चुंबकीय द्विध्रुव एकसमान चुंबकीय क्षेत्र $\vec{B}$ में स्थित है। किसी क्षण $\vec{M}$ क्षेत्र $\vec{B}$ के साथ कोण θ बनाता है। तब चुंबकीय द्विध्रुव पर कार्य करने वाले बलयुग्म का आघूर्ण

$$\tau = MB\sin\theta$$

इस प्रकार द्विध्रुव को अल्पकोण $d\theta$ से घुमाने में किया गया अल्प कार्य,

$$dW = \tau d\theta$$

$$\Rightarrow dW = MB\sin\theta\, d\theta$$

अतः द्विध्रुव को $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ से $\theta_2 = \theta$ कोण से घुमाने में किया गया कार्य,

$$W = \int_{\pi/2}^{\theta} dW\, d\theta$$

$$\Rightarrow W = \int_{\pi/2}^{\theta} MB\sin\theta\, d\theta$$

$$\Rightarrow W = MB\int_{\pi/2}^{\theta} \sin\theta\, d\theta$$

$$\Rightarrow W = -MB\left[\cos\theta\right]_{\pi/2}^{\theta}$$

$$\Rightarrow W = -MB\left[\cos\theta - \cos\frac{\pi}{2}\right]$$

$$\Rightarrow W = -MB\cos\theta$$

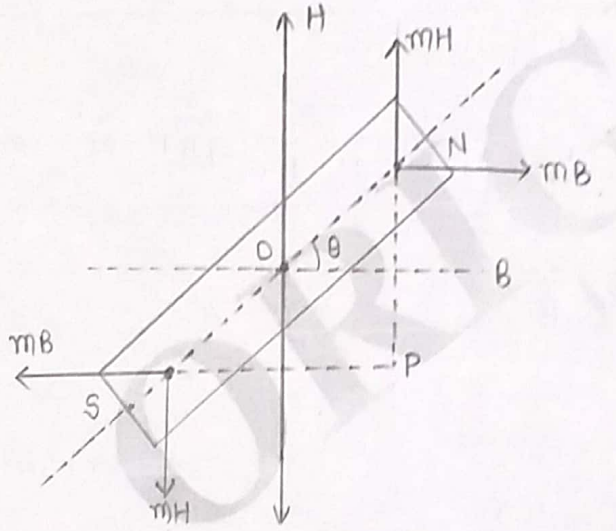
$$\Rightarrow \boxed{U = -\vec{M}\cdot\vec{B}}$$

Scanned with CamScanner

★ स्पर्शज्या - नियम (Tangent Law)

"यदि स्वतन्त्रतापूर्वक घूमने वाला चुम्बक पर दो एकसमान और परस्पर लम्बवत चुम्बकीय क्षेत्र क्रियाशील हो और सन्तुलन की स्थिति में चुम्बक पहले क्षेत्र H से θ कोण बनाता हो, तो दूसरा क्षेत्र B पहले क्षेत्र H का tan θ गुना होता है, अर्थात

$$B = H \tan\theta$$



शर्तें:- 1. दोनों चुम्बकीय क्षेत्र एकसमान हों
2. दोनों क्षेत्र परस्पर लम्बवत हों
3. दोनों क्षेत्र समतलीय हों

सूत्र की व्युत्पत्ति :- मानलो एक चुम्बक NS, जिसकी प्रभावी लंबाई 2l तथा ध्रुव-प्राबल्य m है, दो एकसमान व लम्बवत चुंम्बकीय क्षेत्रों H व B में स्वतन्त्रतापूर्वक घूम सकता है।

मानलो संतुलनावस्था में वह पहले क्षेत्र H के साथ कोण θ बनाता है। क्षेत्र H के कारण चुम्बक पर कार्य करने वाला बलयुग्म (mB, mB) उसे B के समान्तर लाने का प्रयास करता है।

संतुलनावस्था में,

(mH, mH) बलयुग्म का आघूर्ण = (mB, mB) बलयुग्म का आघूर्ण

$\Rightarrow \quad mH \times SP = mB \times NP$

$\Rightarrow \quad B = \frac{mH}{m} \times \frac{SP}{NP}$

$\Rightarrow \quad B = H \cdot \frac{SP}{NP}$ ——— (1)

परन्तु, समकोण $\triangle NPS$ में, $\tan\theta = \frac{SP}{NP}$

समीकरण (1) में मान रखने पर,

$$\boxed{B = H \tan\theta}$$

यही स्पर्शज्या - नियम है।

Scanned with CamScanner