व्यतिकरण की गणितीय विवेचना (Mathematical Treatment of Interference)

मानलो व्यतिकरण करने वाली तरंगों के समीकरण निम्न हैं :-

$$y_1 = a_1 \sin \omega t$$

तथा, $$y_2 = a_2 \sin(\omega t + \phi)$$

$$\therefore \overline{y} = \overline{y_1} + \overline{y_2}$$

$$\Rightarrow \overline{y} = a_1 \sin \omega t + a_2 \sin(\omega t + \phi)$$

$$\Rightarrow \overline{y} = a_1 \sin \omega t + a_2 (\sin \omega t \cos \phi + \cos \omega t \sin \phi)$$

$$\Rightarrow \overline{y} = (a_1 + a_2 \cos \phi) \sin \omega t + a_2 \sin \phi . \cos \omega t$$

JEETENDRA PANDEY

मानलो, $a_1 + a_2\cos\phi = R\cos\theta$ ——— (1)

$a_2\sin\phi = R\sin\theta$ ——— (2)

$\therefore \overline{y} = R\cos\theta\sin\omega t + R\sin\theta\cos\omega t$

$\Rightarrow \overline{y} = R[\sin(\theta+\omega t)]$

समीकरण (1) और (2) को वर्ग करके जोड़ने पर,

$\therefore R^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = a_1^2 + a_1^2\cos^2\phi + 2a_1a_2\cos\phi + a_2^2\cos\phi$

$\Rightarrow R^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\phi$

$\Rightarrow R = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\phi}$

★ <u>व्यतिकरण और ऊर्जा संरक्षण (Interference and Energy Conservation)</u>

यदि दोनों तरंगें व्यतिकरण न करें तो उस बिंदु पर कुल तीव्रता,

$I = I_1 + I_2$ ——— (1)

किंतु यदि दोनों तरंगें संतोषी व्यतिकरण उत्पन्न करें तो उस बिंदु पर अधिकतम तीव्रता,

$I_{max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$

$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}$ ——— (2)

इसके विपरीत यदि दोनों तरंगें विनाशी व्यतिकरण उत्पन्न करें तो उस बिंदु पर न्यूनतम तीव्रता,

$I_{min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$

$= I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2}$ ——— (3)

अतः व्यतिकरण की परिघटना में औसत तीव्रता,

$I_{avg} = \frac{1}{2}(I_{max} + I_{min})$

$\Rightarrow I_{avg} = \frac{2I_1 + 2I_2}{2}$

ORIGIN

$\Rightarrow I_{avg} = I_1 + I_2$

अतः, औसत तीव्रता व्यतिकरण न करने की स्थिति में किसी बिंदु पर कुल तीव्रता के बराबर है।

* पतली फिल्मों के रंग (Colours of Thin Films)

उस पारदर्शी माध्यम को, जिसकी मोटाई अत्यंत ही अल्प होती है, पतली फिल्म कहते हैं।

परावर्तित प्रकाश में फिल्म का जो भाग दीप्त दिखाई देता है परागमित प्रकाश में वही भाग अदीप्त दिखाई देता है। इसी प्रकार परावर्तित प्रकाश में जो भाग अदीप्त दिखाई देता है परागमित प्रकाश में वही भाग दीप्त दिखाई देता है।